



Übungsaufgaben zur Vorlesung
Theoretische Informatik I
WS 2005/2006

Übungsblatt 4
10.11.2005, Abgabe 17.11.2005, 9:15 Uhr

1. Aufgabe (4 Punkte):

- (a) Ist die Formel $X \rightarrow (Y \rightarrow X \vee Z)$ allgemeingültig?
(b) Ist die Formel $Z \leftrightarrow \neg(Y \wedge X)$ erfüllbar?
(c) Seien die Formeln $\varphi_i, i \in \mathbb{N}$ wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}\varphi_0 &:= \neg V_0 \\ \varphi_1 &:= V_0 \rightarrow V_1 \\ &\vdots \\ \varphi_{i+1} &:= V_i \rightarrow V_{i+1} \\ &\vdots\end{aligned}$$

und sei $\Phi := \{\varphi_i \mid i \in \mathbb{N}\}$. Ist Φ erfüllbar?

- (d) Seien die Formeln φ_1, φ_2 und φ_3 wie folgt definiert:
 $\varphi_1 := X \vee \neg Y, \varphi_2 := \neg X \rightarrow Z$ und $\varphi_3 := \neg(\neg(X \wedge Z) \rightarrow X \vee Z)$.
Ist die Ableitungsregel $\frac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_3}$ korrekt?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!

2. Aufgabe (6 Punkte):

- (a) Definieren Sie rekursiv eine Funktion $g : \text{AL} \rightarrow \mathbb{N}$, so daß g die Anzahl der Negationszeichen jeder Formel aus AL angibt.
(b) Sei $f : \text{AL} \rightarrow \{0, 1\}$ wie folgt definiert:

Basisregeln: $f(\mathbf{0}) := f(\mathbf{1}) := f(X) := 0$ für jedes $X \in \text{AVAR}$.

Rekursive Regeln: $f(\neg\varphi) := \begin{cases} 0 & , \text{ falls } f(\varphi) = 1 \\ 1 & , \text{ sonst} \end{cases}$

$$f((\varphi_1 * \varphi_2)) := \begin{cases} 1 & , \text{ falls } f(\varphi_1) \neq f(\varphi_2) \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases}$$

für $*$ $\in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$. Zeigen Sie, daß $f(\varphi) = 0$ genau dann, wenn $g(\varphi)$ gerade ist.

3. Aufgabe (5 Punkte):

- (a) Formalisieren Sie folgende Geschichte mit den Mitteln der Aussagenlogik:

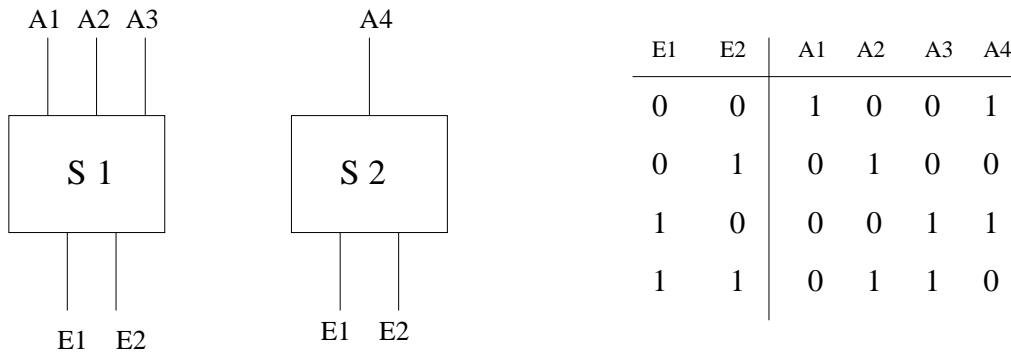
Drei Freunde – Peter, Stefan und Robert – sind oft und viel unterwegs.

Nun ist es so, daß, falls Peter in Rom und Paris war, Stefan schon den Tower in London gesehen hat. Vor drei Jahren sind Stefan und Robert zusammen in Prag über die Karlsbrücke gelaufen. Peter war noch nie in Madrid. Wenn aber Peter noch nie in Madrid war, so war weder er noch Stefan jemals in London, wo Robert seit einem Jahr arbeitet. Peter hat aber zur Zeit überhaupt keine Zeit, Stefan zu Hause in Paris zu besuchen, obwohl er da noch nie war.

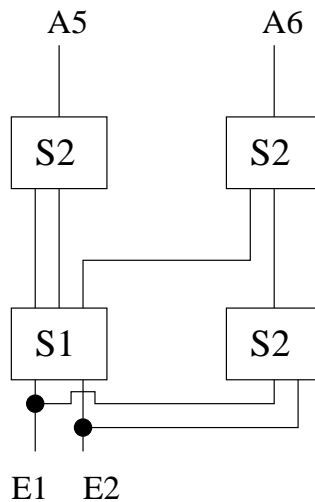
- (b) Ist es möglich, daß alle drei Freunde zusammen in einer dieser fünf Städte Kaffee getrunken haben? Formalisieren Sie die Frage und begründen Sie Ihre Antwort!

4. Aufgabe (5 Punkte):

Seien die zwei Schaltelemente S_1 und S_2 wie folgt definiert:



Betrachten Sie folgenden Schaltkreis:



- (a) Beschreiben Sie das Ein-/Ausgabeverhalten des Schaltkreises durch eine Wahrheitstafel.
- (b) Beschreiben Sie das Verhalten der beiden Schaltelemente und des Schaltkreises durch aussagenlogische Formeln (wie in der Vorlesung in §3.5).