



Übungsaufgaben zur Vorlesung
Theoretische Informatik I
WS 2005/2006

Übungsblatt 6
24.11.2005, Abgabe 01.12.2005, 9:15 Uhr

1. Aufgabe (5 Punkte):

Überprüfen Sie die Erfüllbarkeit von φ_i , $i = 1, 2$ mittels des DNF-Verfahrens zum Testen von Erfüllbarkeit:

(a) $\varphi_1 := (\neg(X \rightarrow Z) \vee \neg(X \wedge Y \rightarrow Z)) \wedge (X \rightarrow Z)$

(b) $\varphi_2 := ((W \vee \neg X \rightarrow W \wedge Y \wedge \neg Z) \wedge (\neg X \wedge Z)) \vee (\neg Y \wedge ((X \vee \neg Y \vee Z) \rightarrow W \wedge Y))$

2. Aufgabe (4 Punkte):

Der zweistellige Junktor \downarrow sei durch folgende Wahrheitstafel gegeben:

X	Y	$X \downarrow Y$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Bezeichne $AL(\{\downarrow\})$ die Menge aller Formeln, die aus Variablen, Klammern und dem Junktor \downarrow aufgebaut sind. Zeigen Sie, daß es zu jeder Formel in AL eine äquivalente Formel in $AL(\{\downarrow\})$ gibt, d.h., daß der Junktor \downarrow alleine adäquat ist.

3. Aufgabe (5 Punkte):

Für beliebige zwei Zahlen a und b sei $a \dot{-} b := \max\{0, a - b\}$. Geben Sie einen Schaltkreis an, der als Eingänge die Bits $E_0, E_1, E_2, D_0, D_1, D_2$ und als Ausgänge A_0, A_1, A_2 hat, wobei $A_2A_1A_0 = E_2E_1E_0 \dot{-} D_2D_1D_0$ ist (3-Bit $\dot{-}$ - Subtraktion).

4. Aufgabe (6 Punkte):

Für Belegungen $\mathcal{B}, \mathcal{B}'$ mit $\text{def}(\mathcal{B}) = \text{def}(\mathcal{B}')$ schreiben wir $\mathcal{B} \preceq \mathcal{B}'$, wenn für alle $X \in \text{AVAR}$ gilt:

$$\mathcal{B}(X) \leq \mathcal{B}'(X)$$

(also wenn $\mathcal{B}(X) = 1$, so auch $\mathcal{B}'(X) = 1$).

Eine Formel $\varphi \in AL$ ist *monoton*, wenn für alle Belegungen $\mathcal{B}, \mathcal{B}'$ für φ mit $\mathcal{B} \preceq \mathcal{B}'$ gilt:

$$\mathcal{B} \models \varphi \implies \mathcal{B}' \models \varphi.$$

(a) Geben Sie je zwei Beispiele für monotone und für nicht monotone Formeln.

(b) Beweisen Sie, daß alle Formeln $\varphi \in AL(\{\mathbf{0}, \mathbf{1}, \wedge, \vee\})$ monoton sind.