



Übungsaufgaben zur Vorlesung
Theoretische Informatik I
WS 2005/2006

Übungsblatt 8
13.12.2005, Abgabe 05.01.2006, 9:15 Uhr

1. Aufgabe (6 Punkte):

Überprüfen Sie mit Hilfe von Resolution, ob folgende Klauselmengen erfüllbar sind:

- (a) $\Gamma_1 := \{\neg X_1 \vee \neg X_5 \vee \neg X_4, \neg X_1 \vee \neg X_5, X_3 \vee \neg X_1 \vee X_2, \neg X_3 \vee X_1 \vee \neg X_2 \vee \neg X_5 \vee \neg X_4, \neg X_3 \vee \neg X_2 \vee \neg X_4, \neg X_3 \vee X_1\}$
- (b) $\Gamma_2 := \{X_3 \vee \neg X_1 \vee X_2 \vee \neg X_5 \vee \neg X_4, X_3 \vee X_1 \vee \neg X_5, X_3 \vee \neg X_1 \vee X_4, X_5, X_3 \vee \neg X_1 \vee X_2 \vee \neg X_5, \neg X_1 \vee \neg X_2 \vee X_5 \vee X_4\}$
- (c) $\Gamma_3 := \{\neg X_3 \vee \neg X_1 \vee X_5 \vee \neg X_4, \neg X_3 \vee X_2, X_1, \neg X_3 \vee \neg X_1 \vee \neg X_5, X_1 \vee X_5, X_3 \vee \neg X_1 \vee X_2 \vee X_5 \vee \neg X_4\}$

2. Aufgabe (4 Punkte):

- (a) Wenden Sie den Streichungsalgorithmus auf die Hornformel

$$\neg X_3 \wedge (\neg X_5 \vee \neg X_2 \vee \neg X_1) \wedge (\neg X_4 \vee X_2) \wedge (\neg X_6 \vee X_1) \wedge X_6 \wedge X_5 \wedge X_4$$

an, um zu testen, ob die Formel erfüllbar ist.

- (b) Geben Sie eine Formel an, zu der es keine äquivalente Hornformel gibt, und begründen Sie, warum dies so ist.

3. Aufgabe (6 Punkte):

In dieser Aufgabe wollen wir Zusammenhänge zwischen Formeln und Polynomen untersuchen.

- (a) Betrachten wir die Formel $\varphi := \neg X \rightarrow Y$ und das Polynom $p(X, Y) := X + Y - XY$. Es ist leicht zu überprüfen, daß für alle X und Y aus AVAR und alle zu φ passenden Belegungen \mathcal{B} gilt: $\varphi[\mathcal{B}(X), \mathcal{B}(Y)] = p(\mathcal{B}(X), \mathcal{B}(Y))$.

Geben Sie für $\varphi_1 = X \wedge \neg Y$ und für $\varphi_2 = X \vee (Y \wedge Z)$ analoge Polynome $p_1(X, Y)$ und $p_2(X, Y, Z)$ an.

- (b) Zeigen Sie, daß zu jeder Formel $\varphi(X_1, \dots, X_n)$ aus AL ein Polynom $p(X_1, \dots, X_n)$ existiert, so daß für jede zu φ passende Belegung \mathcal{B} gilt: $\varphi[\mathcal{B}(X_1), \dots, \mathcal{B}(X_n)] = p(\mathcal{B}(X_1), \dots, \mathcal{B}(X_n))$.

Hinweis: Die Menge $\{\neg, \wedge\}$ ist adäquat.

4. Aufgabe (4 Punkte):

Zeigen Sie, daß es eine Klauselmenge Γ und eine Klausel δ gibt, so daß $\Gamma \models \delta$, aber $\Gamma \not\models_R \delta$.