

Theoretische Informatik II

10. Serie

Abgabe bis 9:25 Uhr am 23. Januar

Aufgabe 1

[4 Punkte]

Zeigen oder widerlegen Sie:

- (a) $2^n = \Theta(3^n)$.
- (b) Für alle $C \in \mathbb{N}$ gilt $\exp(\log^2 n) = \omega(n^C)$.
- (c) Es existiert ein $b \in \mathbb{N}$, so dass $\log_b n = o(\log_2 n)$.
- (d) $4n \binom{n}{2} + 10n^2 - 2n^3 + n^{3/2} \log n = O(n^2)$.

Aufgabe 2

[4 Punkte]

Seien L und L' zwei Sprachen. Beweisen Sie:

- (a) Falls L und $L' \in \mathbf{P}$, dann ist $L \cup L' \in \mathbf{P}$.
- (b) Falls L und $L' \in \mathbf{P}$, dann ist $LL' \in \mathbf{P}$.

Aufgabe 3

[4 Punkte]

Beweisen Sie, dass wenn $L \in \mathbf{NP}$, dann ist $L^* \in \mathbf{NP}$. Würde ihr Beweis auch funktionieren, wenn man \mathbf{NP} durch \mathbf{P} ersetzt? Begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 4

[4 Punkte]

Zeigen Sie, dass der Primzahlentest in \mathbf{P} ist, falls die Eingabe unär kodiert ist. Genauer gesagt, Sie sollen beweisen, dass die Sprache

$$L_{\text{UN-PRIM}} = \{a^n \mid n \text{ ist eine Primzahl}\}$$

in \mathbf{P} ist.