INSTITUT FÜR INFORMATIK — SS 2007
ALGORITHMEN UND KOMPLEXITÄT — 9. MAI 2007
DR. MATHIAS SCHACHT

Theoretische Informatik III

2. Serie

Abgabe bis 13:00 Uhr am 18. Mai

Aufgabe 1 [3 Punkte]

Beweisen Sie, dass die Höhe eines k-nären Baumes mit n Blättern mindestens $\lceil \log_k(n) \rceil$ ist.

Aufgabe 2 [3 Punkte]

Entwerfen Sie einen Algorithmus, der das Minimum und das Maximum einer Zahlenmenge gleichzeitig berechnet. Der Algorithmus soll für jede Eingabe von n Zahlen maximal $\lceil 3n/2 \rceil$ Vergleiche benötigen. Beweisen Sie, dass Ihr Algorithmus korrekt arbeitet und höchstens $\lceil 3n/2 \rceil$ Vergleiche benötigt.

Aufgabe 3 [3 Punkte]

Berechnen Sie die Präfixfunktion $\pi\colon \{1, \dots, 11\} \to \{0, \dots, 10\}$ für das Muster abrakadabra.

Aufgabe 4 [3 Punkte]

Geben Sie einen Algorithmus mit *linearer* Laufzeit an, der feststellt, ob der Text $T = T_0 T_1 \dots T_{n-1}$ $(n \geq 1)$ *eine zyklische Vertauschung* des Textes $S = S_0 S_1 \dots S_{n-1}$ ist. Hierbei ist T eine zyklische Vertauschung von S, falls es einen Index k $(0 \leq k < n)$ gibt, so dass gilt

$$T_i = S_{(i+k) \bmod n} \quad \text{für alle } i = 0, \dots, n-1 \, .$$

Z.B. ist car eine zyklische Vertauschung von arc mit $k = 2$. Beweisen Sie sowohl die Korrektheit, als auch die lineare Laufzeit Ihres Algorithmus'.

Aufgabe 5 [4 Punkte]

Eine Zeichenkette $T \in \Sigma^+$ heißt *periodisch*, wenn es ein Wort $S \in \Sigma^+$ und ein $i \in \mathbb{N}$ mit $i > 1$ gibt, so dass

$$T = S^i := \underbrace{SS \dots S}_{i\text{-mal}} \, .$$

Geben Sie einen Algorithmus mit *linearer* Laufzeit an, der feststellt, ob ein Text periodisch ist. Beweisen Sie sowohl die Korrektheit, als auch die lineare Laufzeit Ihres Algorithmus'.