

Klausuraufgaben

"Mathematik für Informatiker/innen I"

Aufgabe 1:

Sind die folgenden Vektoren aus \mathbb{R}^4 (über \mathbb{R}) linear unabhängig?

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

[4 Punkte]

Aufgabe 2:

$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ sei die lineare Abbildung mit

$$f(\vec{e}_1 + \vec{e}_2) = \vec{e}_3, \quad f(\vec{e}_2) = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \quad f(\vec{e}_3 - \vec{e}_1) = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2.$$

Man finde $a, b, c \in \mathbb{R}$, so daß

$$f(a\vec{e}_1 + b\vec{e}_2 + c\vec{e}_3) = \vec{e}_1.$$

[6 Punkte]

Aufgabe 3:

Man bestimme in Abhängigkeit von a, b, c aus \mathbb{R} den Rang der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{pmatrix}$$

[6 Punkte]

Aufgabe 4:

Beschreiben Sie alle linearen Abbildungen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, die das Einheitsquadrat auf sich abbilden. (Das Einheitsquadrat ist die Vektormenge

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : \max(|x|, |y|) \leq 1, \quad x, y \in \mathbb{R} \right\}.$$

[Hinweis: Man betrachte die Eckpunkte des Einheitsquadrats unter der linearen Abbildung.]

[8 Punkte]

Achtung: Jede Aufgabe auf einem extra Blatt lösen!!

Immatrikulationsnummer und Namen auf jedes Blatt schreiben!!